

Title	高須博士ノ談話ニ関スル注意
Author(s)	浅野, 啓三
Citation	全国紙上数学談話会. 204 p.389-p.392
Issue Date	1940-11-07
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74816
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

886. 高須博士ノ談話ニ関スル注意

浅野 啓三 (阪大)

§1. 複素数 $x + hy$ ($h^2 = -1$) ノ函数論, 複素数 $x + hy$ ノ Basis トシテ $1, h$ ノ代リ $e_1 = \frac{1+h}{2}$, $e_2 = \frac{1-h}{2}$ ヲ用フル. 然ラバ $e_1^2 = e_1$, $e_2^2 = e_2$, $e_1 e_2 = 0$ トナリ, 任意ノ元ハ $x e_1 + y e_2$ (x, y ハ実数) ナル形ヲ表ハサレル.

$$z = x e_1 + y e_2, \quad z' = x' e_1 + y' e_2$$

トスレバ

$$z + z' = (x + x') e_1 + (y + y') e_2,$$

$$z z' = x x' e_1 + y y' e_2$$

又ハ $xy = 0$ ナラバ Nullteiler ナアルガ, $xy \neq 0$ ナラバ乗法ニ関スル逆元 $\frac{1}{z} = \frac{e_1}{x} + \frac{e_2}{y}$ ナ有スル $F(z)$ ナ z ノ有理函数トスレバ

$$F(z) = \frac{\sum_{i=1}^m d_i z^i}{\sum_{k=1}^n \beta_k z^k} = \frac{\sum_i (a_i e_1 + b_i e_2) (x^i e_1 + y^i e_2)}{\sum_k (c_k e_1 + d_k e_2) (x^k e_1 + y^k e_2)} = f(x) e_1 + g(y) e_2$$

$$f(x) = \frac{\sum_i a_i x^i}{\sum_k c_k x^k} \quad g(y) = \frac{\sum_i b_i y^i}{\sum_k d_k y^k}$$

一般ニ函数 $F(z) = f(x, y) e_1 + g(x, y) e_2$ ナ z ニ於テ微分可能ナラバ, 即チ

$$\lim_{\Delta z \rightarrow 0} \frac{F(z + \Delta z) - F(z)}{\Delta z} \quad (\Delta x \cdot \Delta y \neq 0)$$

が存在スルヲバ $\Delta x, \Delta y$ が 0 に *tend* シテ
モ

$$\frac{f(x + \Delta x, y + \Delta y) - f(x, y)}{\Delta x} \cdot \frac{g(x + \Delta x, y + \Delta y) - g(x, y)}{\Delta y}$$

が夫々一定ノ極限值ヲ有スル 今 $f(x, y), g(x, y)$ が
 (x, y) 上 *total differentierbar* トスレバ

$$\frac{\frac{\partial f}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial f}{\partial y} \Delta y + \varepsilon \rho}{\Delta x} \quad (\rho = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2}, \varepsilon \rightarrow 0)$$

が一定ノ極限值ヲ有スルコトカラ $\frac{\partial f}{\partial y} = 0$, 同様 $= \frac{\partial g}{\partial x} = 0$
 $F(z)$ が *domain D* ノ各点ニ上述ノ性質ヲ有スレバ f, g
ハ夫々 x 及 y ノミノ函数ト考ヘラレル。ヨツテ

$$F(z) = f(x) e_1 + g(y) e_2$$

逆ニ $f(x), g(y)$ ヲ微分可能トスルトキ $F(z) = f(x) e_1$
+ $g(y) e_2$ が z 上 微分可能ニナリ $\frac{dF(z)}{dz} = f'(x) e_1$
+ $g'(y) e_2$ トナル。カワテ z ノ函数論、一次数ノ実函数論
ニ帰着セシメラレル。

§ 2. 複素数 $x + py$ ($p^2 = -1$) ノ函数論、複素数 $z = x + py$
ノノル環ハ二次ノ行列

$$\begin{vmatrix} x & 0 \\ y & x \end{vmatrix}$$

ノノル環ト同型デアアル。ヨツテ $|z|$ トシテハ行列ノ絶対
値 $\sqrt{x^2 + y^2}$ ヲ用フルノガ適當デアロウ。 $F(z)$ ヲ z ノ

Polynom トスレバ $p^2=0 \exists$ リ

$$F(z) = F(x+py) = F(x) + py F'(x)$$

$$F(x) = f(x) + pg(x) \text{ トスレバ } F'(x) = f'(x) + pg'(x)$$

$$F(z) = f(x) + (y f'(x) + g(x)) p$$

上式 = 於テ一般 = $f(x), g(x)$ ヲ夫々 $f''(x), g'(x)$ が存在スル如キ x ノ実函数 トスレバ $F(z)$ ハ z = ツイテ微分可能ナル。

何トナレバ

$$\frac{F(z+\Delta z) - F(z)}{\Delta z} = U + pV, \quad \Delta z = \Delta x + p\Delta y (\Delta x \neq 0)$$

$$U = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} \rightarrow f'(x)$$

$$V = \frac{(y+\Delta y)(f'(x+\Delta x) - f'(x))}{\Delta x} + \left(f'(x) - \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} \right) \frac{\Delta y}{\Delta x} + \frac{g(x+\Delta x) - g(x)}{\Delta x}$$

$$= y f''(x) + \varepsilon + O(1) \Delta y + g'(x) + \varepsilon' \rightarrow y f''(x) + g'(x)$$

$$\frac{dF(z)}{dz} = f'(x) + (y f''(x) + g'(x)) p$$

次 = $F(z) = f(x, y) + pg(x, y)$ 7 z / 任意 / 函数 トシ,
 f, g が共 = total differentierbar ナル トスル。

$$\frac{F(z+\Delta z) - F(z)}{\Delta z} = U + pV$$

$$U = \frac{f(x+\Delta x, y+\Delta y) - f(x, y)}{\Delta x}$$

$$\nabla = \frac{g(x+\Delta x, y+\Delta y) - g(x, y)}{\Delta x} - \frac{f(x+\Delta x, y+\Delta y) - f(x, y)}{\Delta x^2} \Delta y$$

$F(z)$ が $\Delta = 0$ で differentierbar となる先ッ

$\frac{\partial f}{\partial y} = 0$ である f は x のみの函数となる: $f(x, y) = f(x)$.

更 =

$$\nabla = \frac{\frac{\partial g}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial g}{\partial y} \Delta y + \varepsilon \rho}{\Delta x} - \frac{\Delta x (f'(x) + \varepsilon')}{\Delta x^2} \Delta y$$

$$= \frac{\partial g}{\partial x} + \left(\frac{\partial g}{\partial y} - f'(x) \right) \frac{\Delta y}{\Delta x} + \frac{\varepsilon \rho}{\Delta x} - \frac{\varepsilon' \Delta y}{\Delta x}$$

$\Delta y = m \Delta x$ (m - 定) とし $\Delta x \rightarrow 0$ となすに ∇ の極

限値 / 存在スルコトカラ $\frac{\partial g}{\partial y} - f'(x) = 0$. 故 =

$$g(x, y) = y f'(x) + \varphi(x)$$

$$F(z) = f(x) + (y f'(x) + \varphi(x)) p$$

となる。コゝに $f(x)$, $\varphi(x)$ は夫々 $f''(x)$, $\varphi'(x)$ が存在

スル如キ x の実函数である。カワテ此の場合モ z の函数論

ハ一変数、実函数論ニ帰せシナレル。